



# 蝸牛に基づく能動的無反射伝送線路モデルのパラメータ値の決定手法

著者	織間 健守, 堀尾 喜彦
雑誌名	電子情報通信学会技術研究報告
巻	119
号	209
ページ	93-97
発行年	2019-09
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10097/00128307">http://hdl.handle.net/10097/00128307</a>

# 蝸牛に基づく能動的無反射伝送線路モデルのパラメータ値の決定手法

織間 健守<sup>†</sup> 堀尾 喜彦<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 東北大学電気通信研究所 〒980-8577 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1

E-mail: <sup>†</sup>takemori.orima.q2@dc.tohoku.ac.jp, <sup>††</sup>horio@riec.tohoku.ac.jp

あらまし 蝸牛に基づく能動的無反射伝送線路モデルは、少ないパラメータ数で基底膜の生理学的特徴をよく再現する受動的無反射伝送線路モデル内の受動素子の一部を三次非線形素子に置き換えることで、蝸牛の能動的特徴を再現している。また、このモデルは、回路実装への見通しがよく、工学的応用が期待される。そのため、所望される特性に合うように、能動的無反射伝送線路モデル内のパラメータ値を定量的に決定する手法を提案する。

キーワード 蝸牛, 伝送線路モデル, 能動性, 三次非線形素子

## A Method of Determining Parameter Values for Active Reflectionless Transmission-Line Model Based on the Cochlea

Takemori ORIMA<sup>†</sup> and Yoshihiko HORIO<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University 2-1-1 Katahira, Aoba-ku, Sendai, Tohoku, 980-8577 Japan

E-mail: <sup>†</sup>takemori.orima.q2@dc.tohoku.ac.jp, <sup>††</sup>horio@riec.tohoku.ac.jp

**Abstract** The passive reflectionless transmission-line model (passive model) based on the cochlea reproduces the physiological characteristics of the basilar membrane with a small number of parameters. The active reflectionless transmission-line model replaces part of the passive elements to cubic nonlinear elements in the passive model. And this model can reproduce the cochlear activity. In addition, this model has good condidete for circuit implementation and is expected to be applied to engineering. Therefore, we propose a method to quantitatively determine the parameter values of the active reflectionrless transmission-line model to fit the desired characteristics.

**Key words** cochlea, transmission-line model, activity, cubic nonlinear element

### 1. ま え が き

受動的無反射伝送線路モデル（受動モデル）は、少ないパラメータ数で、生理学的蝸牛の特徴をよく再現する [1]。さらに、受動モデルの一部を変更することで蝸牛の能動性を再現する能動的無反射伝送線路モデル（能動モデル）となる。このモデルは、入力の大きさに対して出力の利得が非線形に変化する。この非線形な利得の変化を所望の特性に再現するために、能動モデルのパラメータ値を決定する。そのためには、能動モデルの基になっている受動モデルのパラメータ値を決定する必要がある。そこで、所望の特性を再現できる受動モデルのパラメータ値を決定し、そのパラメータ値を用いて、能動モデルのパラメータ値を決定する手法を提案する。

### 2. 受動モデル

図 1 に受動モデルを示す。図 1 中において、 $V(x, \omega)$ ,  $I(x, \omega)$

および  $I_b(x, \omega)$  は、それぞれ、伝送線路の距離  $x$  における電圧と電流および並列インピーダンス  $Z_p(x, \omega)$  に流れる電流を示している。ここで、 $\omega$  は、入力電圧  $V_{in}(\omega)$  の角周波数である。

並列インピーダンス  $Z_p(x, \omega)$  は、抵抗、コイルおよびコンデンサで構成された直列共振回路であり、

$$Z_p(x) = R_p(x) + j\omega L_p(x) + \frac{1}{j\omega C_p(x)} \quad (1)$$

となる。抵抗  $R_p(x)$ 、コイル  $L_p(x)$  およびコンデンサ  $C_p(x)$  は、線路の距離  $x$  に対して指数関数的に変化する素子であり、次式によって与えられる。

$$R_p(x) = R_0 e^{-ax}, L_p(x) = L_0 e^{ax}, C_p(x) = C_0 e^{ax} \quad (2)$$

ここで、 $R_0$ ,  $L_0$  および  $C_0$  は、距離  $x = 0$  における抵抗、コイルおよびコンデンサの値である。

直列インピーダンス  $Z_s(x, \omega)$  は、伝送線路の特性インピーダンス  $r$  によって

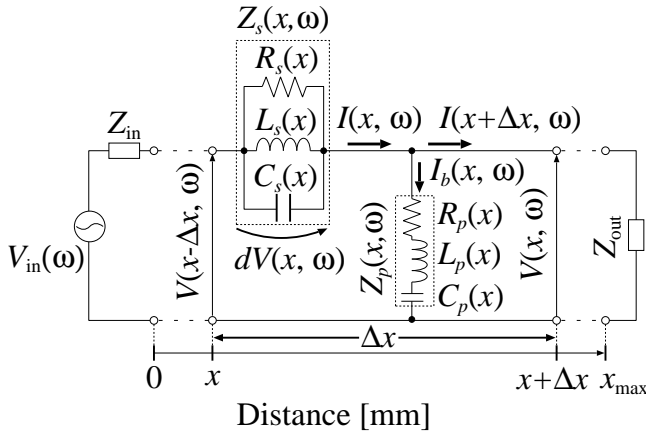


図1 無反射伝送線路モデル.

$$\sqrt{Z_p(x)Z_s(x)} = r \quad (3)$$

と定義される．このとき，直列インピーダンス  $Z_s(x, \omega)$  は，抵抗，コイルおよびコンデンサで構成された並列共振回路であり，各素子は，特性インピーダンス  $r$  を用いて，それぞれ，

$$R_s(x) = \frac{r^2}{R_p(x)}, \quad L_s(x) = r^2 C_p(x), \quad C_s(x) = \frac{L_p(x)}{r^2} \quad (4)$$

と示すことができる．また，伝送線路のインピーダンスを整合するために，入力端と終端にインピーダンスが接続されており，それぞれ， $Z_{in}$  と  $Z_{out}$  である．ここで， $Z_{in} = Z_{out} = r$  となる．

受動モデルの伝達関数は，入力電圧  $V_{in}(\omega)$  と距離  $x$  における並列インピーダンス  $Z_p(x)$  に流れる電流  $I_b(x, \omega)$  によって次式のように定義される．

$$F(x, \omega) = \frac{I_b(x, \omega)}{V_{in}(\omega)} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{Z_p(x)} e^{-\Gamma(x, \omega)} \quad (6)$$

ここで， $\Gamma(x, \omega)$  は，伝送線路の伝搬定数の積分であり，並列インピーダンス  $Z_p(x, \omega)$  と特性インピーダンス  $r$  を用いて

$$\Gamma(x, \omega) = \int_0^x \frac{r}{Z_p(x)} dx \quad (7)$$

と表すことができる．

式 (6) と (7) より，受動モデルの伝達関数  $F(x, \omega)$  の特性は，並列インピーダンス  $Z_p(x, \omega)$  と特性インピーダンス  $r$  より決定される．つまり，ある特性を受動モデルで再現するためには，並列インピーダンス  $Z_p(x, \omega)$  内に存在する抵抗，コイルおよびコンデンサの値を決める  $R_0$ ， $L_0$ ， $C_0$  および  $a$  と特性インピーダンス  $r$  の5つのパラメータ値を決定する必要がある．本論では，人間の聴覚特性を再現する受動モデルのパラメータ値を，次の手順により決定する．

### 2.1 パラメータ $a$ ， $L_0$ および $C_0$ の決定

受動モデルにおいて，線路の距離  $x$  に対する並列インピーダンス  $Z_p(x, \omega)$  の共振周波数の特性が人間蝸牛の長さに対する可聴域の特性に合うようにパラメータ  $a$ ， $L_0$  および  $C_0$  の値を

決定する．そこで，受動モデルの共振周波数  $f_{res}(x)$  を次式より求める．

$$f_{res}(x) = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_p(x)C_p(x)}} \quad (8)$$

蝸牛の周波数弁別特性として，蝸牛の入り口（距離  $x = 0$ ）の付近では高い周波数に対して基底膜が大きく振動するため，距離  $x = 0$  における共振周波数の値が人間の可聴域（20 Hz～20 kHz）における最も高い周波数の値に合うようにパラメータ  $L_0$  および  $C_0$  を決定する．よって

$$f_{res}(0) = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0}} = 20 \times 10^3 \quad (9)$$

とする．ここで，パラメータ値の決定を容易にするため， $L_0 = C_0$  と仮定すると

$$L_0 = C_0 = \frac{1}{2\pi \cdot 20 \times 10^3} \approx 7.96 \times 10^{-6} \quad (10)$$

となる．その結果，パラメータ  $L_0$  および  $C_0$  は，それぞれ， $L_0 = 7.96 \mu\text{H}$  および  $C_0 = 7.96 \mu\text{F}$  となる．次に，蝸牛の奥（距離  $x = x_{max}$ ）に近づくと，低い周波数に対して基底膜の振幅が大きくなる．そのため，

$$\begin{aligned} f_{res}(x_{max}) &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_p(x_{max})C_p(x_{max})}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0} e^{a x_{max}}} = 20 \end{aligned} \quad (11)$$

となる．式 (11) をパラメータ  $a$  について解くと

$$a = -\frac{1}{x_{max}} \ln(2\pi f_{res}(x_{max}) \cdot \sqrt{L_0 C_0}) \quad (12)$$

を得る．ここで， $x_{max}$  は，蝸牛の全体の長さであり，人間の蝸牛の長さより， $x_{max} = 32 \text{ mm}$  とする．式 (12) に式 (10)，(11) の値を代入すると  $a = 0.216 \text{ mm}^{-1}$  に決定される．以上のパラメータ値を用いて，距離  $x$  に対する共振周波数の特性を図2に示す．

### 2.2 パラメータ $R_0$ の決定

パラメータ  $R_0$  の値は，聴覚特性の一つである先鋭度を用いて決定する．人間の先鋭度は，ある距離において最も基底膜の

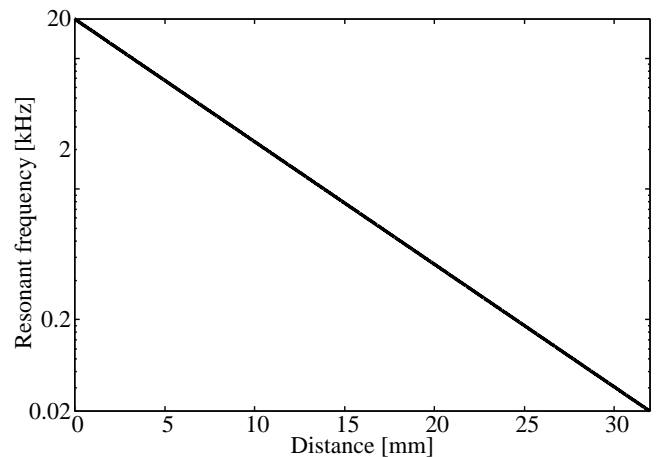


図2 距離  $x$  に対する共振周波数  $f_{res}(x)$  の特性.

振動が大きくなる周波数とその振幅の値から 10 dB 下がった周波数の幅によって次式のように求められる。

$$Q_{10}(x) = \frac{f_{\text{peak}}(x)}{f_h(x) - f_l(x)} \quad (13)$$

ここで、 $f_{\text{peak}}(x)$  は、距離  $x$  において最も振幅が大きくなる周波数であり、 $f_h(x)$ 、 $f_l(x)$  は、それぞれ、 $f_{\text{peak}}(x)$  の最大振幅から 10 dB 下がった周波数の高周波数側と低周波数側である。次に、受動モデルの先鋭度  $Q(x)$  は、次式のように定義される。

$$Q(x) = \frac{1}{R_p(x)} \sqrt{\frac{L_p(x)}{C_p(x)}} = \frac{1}{R_0} e^{ax} \quad (14)$$

ここで、パラメータ  $L_0 = C_0$  のため、先鋭度の関数は、抵抗  $R_p(x)$  のみに依存する。さらに、生理学実験結果 [2] より、受動モデルの先鋭度  $Q(x) \geq 1$  となるように、先鋭度  $Q(x)$  の最小値である  $Q(0) = 1$  とし、パラメータ  $R_0$  の値を

$$R_0 = \frac{1}{Q(0)} = 1 \quad (15)$$

と決定する。ここで、式 (14) より、先鋭度  $Q(x)$  の値は、距離  $x$  に対して指数関数的に増加するため、先鋭度の最小値と最大値との差は、約 1000 倍になってしまう。この結果は、生理学実験結果に合わないだけでなく、工学応用のための回路実装も困難になる。そこで、本論では、抵抗  $R_p(x)$  は、距離  $x$  に依存せず、 $R_p(x) = R_0 = 1 \Omega$  とし、一定の値とする。

### 2.3 パラメータ $r$ の決定

パラメータ  $r$  は、受動モデルの伝達関数  $F(x, \omega)$  の指数関数部分に含まれるため、入力電圧  $V_{\text{in}}(\omega)$  と距離  $x$  における電流  $I_b(x, \omega)$  との位相差に影響する。そこで、生理学実験結果 [3] より、角周波数  $\omega = 2\pi \cdot 100 \text{ rad/s}$  の入力電圧を印加した際、入力電圧  $V_{\text{in}}(\omega)$  と距離  $x = x_{\text{max}}$  における電流  $I_b(x, \omega)$  との位相差が  $-\pi \text{ rad}$  となるように、パラメータ  $r$  の値を決定する。その結果、パラメータ  $r = 0.1 \Omega$  となる。

節 2.1~2.3 の手順により決定された受動モデルのパラメータ値を表 1 に示す。また、表 1 のパラメータ値を用いて、入力電圧  $V_{\text{in}}(2\pi 100)$  を印加したときの距離  $x$  に対する利得および位相特性を図 3 に示す。

## 3. 能動モデル

能動モデルは、直列インピーダンス  $Z_s(x, \omega)$  の共振回路に存在する受動素子の一つを図 4 に示すような、三次非線形素子に置き換える。図 4 において、原点付近で、負の傾きを示す。これは、蝸牛内部に存在する外有毛細胞の負の剛性を再現している。この変更によって、無反射伝送線路モデルは、蝸牛の能動性の特徴を実装することができる。しかし、能動モデルの数値シミュレーションを行うには、伝送線を伝わる電圧または電流を周波数領域から時間領域に変換する必要があるため、無反射線路モデルを構成する直並列インピーダンスを離散化し、離

表 1 受動モデルのパラメータ値.

$a$	$R_0$	$L_0$	$C_0$	$r$
$0.216 \text{ mm}^{-1}$	$1 \Omega$	$7.96 \mu\text{H}$	$7.96 \mu\text{F}$	$0.1 \Omega$

散化された直列インピーダンスにかかる電圧を時間領域に変換した後に、図 5 に示す変換器を用いて、電圧—電流変換を行い、変換器の二次側に負荷された直列共振回路にかかる電圧を計算する。この直列共振回路は、受動モデルでは、距離  $x$  における並列インピーダンス  $Z_p(x, \omega)$  と等しいが、能動モデルでは、共振回路を構成する受動素子のどれか一つを三次非線形素子に置き換える。二次側にかかる電圧が求めた後に、電圧—電流変換を行うことで、能動性を考慮した電圧または電流が得られる。能動モデルの数値シミュレーションの手順を次に示す。

### 3.1 周波数領域でのインピーダンスの計算

入力電圧  $V_{\text{in}}(\omega)$  を印加した際の伝送線路に流れる電流を求めるために、伝送線路全体の合成インピーダンスを導出する必要がある。そこで、伝送線路を分割して、各セクションごとのインピーダンスを計算する。まず、伝送線路を  $N$  分割した際、距離  $x = 0$  から  $n$  番目にある並列インピーダンスは、

$$Z'_p(n) = R'_p(n) + j\omega L'_p(n) + \frac{1}{j\omega C'_p(n)} \quad (16)$$

と表すことができる。また、離散化された並列インピーダンス  $Z'_p(n, \omega)$  を構成する受動素子は、

$$\begin{aligned} R'_p(n) &= R_0 e^{-an\Delta x} / \Delta x, \quad L'_p(n) = L_0 e^{an\Delta x} / \Delta x, \\ C'_p(n) &= C_0 e^{an\Delta x} \cdot \Delta x \end{aligned} \quad (17)$$

と定義される。ここで、 $\Delta x = x_{\text{max}} / N$  である。同様に、離散化された直列インピーダンスは

$$Z'_s(n, \omega) = \frac{1}{1/R'_s(n) + 1/j\omega L'_s(n) + j\omega C'_s(n)} \quad (18)$$

となり、直列インピーダンス  $Z'_s(n, \omega)$  に含まれる受動素子は、

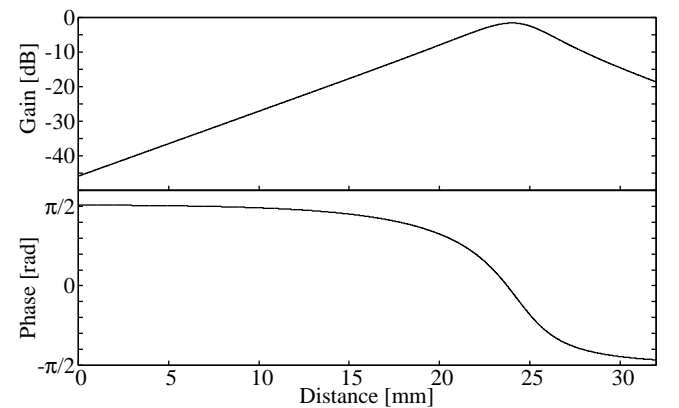


図 3 距離  $x$  に対する利得および位相特性.

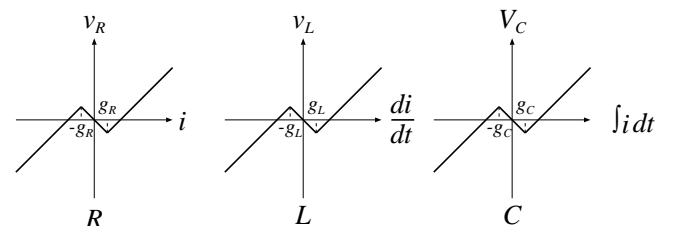


図 4 三次非線形素子 [1].

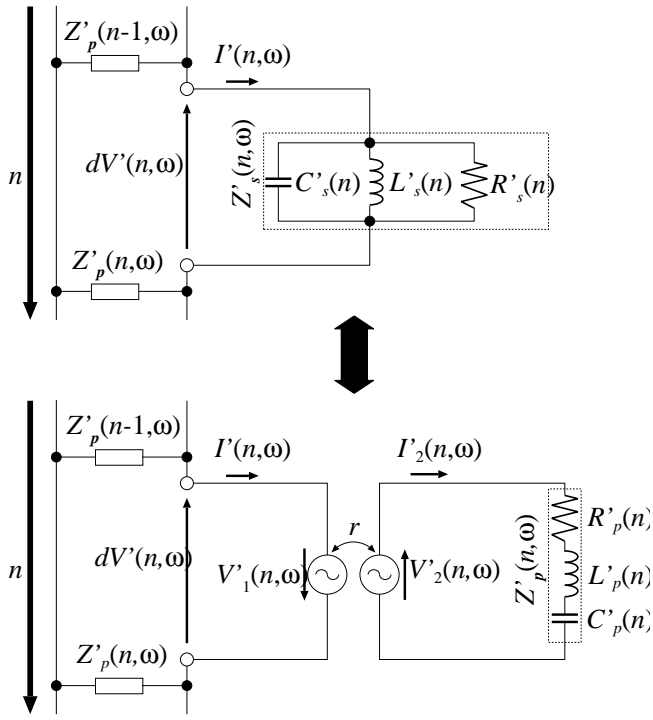


図5 変換器 [1].

$$R'_s(n) = \frac{r^2}{R'_p(n)}, L'_s(n) = r^2 C'_p(n), C_s(n) = \frac{L'_p(n)}{r^2} \quad (19)$$

となる。

線路全体の合成インピーダンスを求めるには、まず、線路の終端 ( $x = x_{\max}$  または  $n = N$ ) での合成インピーダンスを求める。

$$X(N, \omega) = Z'_s(N, \omega) + \frac{1}{1/Z'_p(N, \omega) + 1/Z_{\text{out}}} \quad (20)$$

次に、終端での合成インピーダンスを基に、次のセクション ( $n = N - 1$ ) の合成インピーダンスを求める。このように、セクション  $n$  における合成インピーダンス  $X(n, \omega)$  は、セクション  $n + 1$  の合成インピーダンス  $X(n + 1, \omega)$  を利用して、次式のように逐次的に求めることができる。

$$X(n, \omega) = Z'_s(n, \omega) + \frac{1}{1/Z'_p(n, \omega) + 1/X(n + 1, \omega)} \quad (21)$$

### 3.2 入力端子から終端までの電圧と電流の計算

節 3.1 の手順により求めた伝送線路全体の合成インピーダンス  $X(0, \omega)$  を用いて、入力電流  $I'(0, \omega)$  を次式のように求める。

$$I'(0, \omega) = \frac{V_{\text{in}}(\omega)}{Z_{\text{in}} + X(0, \omega)} \quad (22)$$

次に、セクション  $n = 1$  での電流  $I'(1, \omega)$  は、セクション  $n = 1$  における並列インピーダンス  $Z'_p(1, \omega)$  と合成インピーダンス  $X(1, \omega)$  を用いて、分流の公式より求めることができる。このように、セクション  $n$  における電流  $I(n, \omega)$  は、セクション  $n$  における並列インピーダンス  $Z'_p(n, \omega)$  と合成インピーダンス  $X(n, \omega)$  を利用して、次式のように逐次的に求めることができる。

$$I'(n, \omega) = \frac{I'(n - 1, \omega)}{1 + X(n - 1, \omega)/Z'_p(n - 1, \omega)} \quad (23)$$

セクション  $n$  に流れる電流  $I'(n, \omega)$  より、各セクション  $n$  における電圧は

$$V'(n, \omega) = Z'_s(n, \omega) I'(n, \omega) \quad (24)$$

と求められる。また、セクション  $n$  での電圧  $V'(n, \omega)$  とセクション  $n + 1$  での電圧  $V'(n + 1, \omega)$  との差により、電圧  $dV'(n, \omega)$  は、次式により計算できる。

$$dV'(n, \omega) = V'(n, \omega) - V'(n + 1, \omega) \quad (25)$$

さらに、セクション  $n$  での電流  $I'(n, \omega)$  とセクション  $n + 1$  での電流  $I'(n + 1, \omega)$  との差により、並列インピーダンス  $Z'_p(n, \omega)$  に流れる電流  $I'_b(n, \omega)$  は、

$$I'_b(n, \omega) = I'(n, \omega) - I'(n + 1, \omega) \quad (26)$$

となる。

### 3.3 各距離における変換器を用いた電圧—電流変換

図5に示す電圧—電流変換器を用いて、セクション  $n$  における電圧  $V'(n, \omega)$  を電流  $I'_2(n, \omega)$  に変換する。

$$I'_2(n, \omega) = r \times dV'(n, \omega) \quad (27)$$

ここで、変換器の変換係数は、特性インピーダンス  $r$  とする。さらに、変換器の二次側にかかる電圧  $V'_2(n, \omega)$  は、

$$V'_2(n, \omega) = Z'_p(n, \omega) I'_2(n, \omega) \quad (28)$$

と求める。このとき、並列インピーダンス  $Z'_p(n, \omega)$  に存在する受動素子のどれか一つを図4に示す三次非線形素子に置き換えて計算を行うことで、蝸牛の能動性を再現できる。

二次側の電圧  $V'_2(n, \omega)$  を導出した後、変換器で電圧—電流変換を行うことで、セクション  $n$  に流れる電流  $I'(n, \omega)$  を次式のように、求めることができる。

$$I'(n, \omega) = V'_2(n, \omega)/r \quad (29)$$

### 3.4 時間領域における変換器の二次側に流れる電流の計算

変換器の二次側にかかる電圧  $V'_2(n, \omega)$  を導出するには、能動モデルでは、三次非線形素子を用いる。そのため、周波数領域から時間領域に変換する必要がある。次式によって、一次側にかかる電圧を時間関数に変換する。

$$dv(n, t) = |dV'(n, \omega)| \times \sin(\omega t - \arg dV'(n, \omega)) \quad (30)$$

セクション  $n$  での電圧  $V'(n, \omega)$  とセクション  $n + 1$  での電圧  $V'(n + 1, \omega)$  との電圧差  $dV'(n, \omega)$  の時間関数  $dv(n, t)$  を得られたので、節 3.3 より、変換器の電圧—電流変換の手順で、二次側に流れる電流  $i_2(n, t)$  を求め、三次非線形素子を含む直列共振回路にかかる電圧  $v_2(n, t)$  を計算した後、もう一度変換器で電圧—電流変換を行うことで、電流  $I'(n, \omega)$  の時間関数  $i(n, t)$  を求めることができる。

## 4. 能動モデルのパラメータ値の決定手法

能動モデルのパラメータは、三次非線形素子の負の傾きとな

る領域  $g_*$  である。三次非線形素子は、外有毛細胞の負の剛性を再現しているため、直列インピーダンス  $Z'_s(n, \omega)$  内に存在するコンデンサを置き換えることが望ましい。能動モデルでは、図 5 に示す変換器を用いて、電流－電圧変換を行い、二次側にかかる電圧を求める。そのため、一次側から見てコンデンサと等価な素子は、二次側の直列共振回路に存在するコイルである。よって、変換器の二次側に負荷された並列インピーダンス  $Z'_p(n, \omega)$  のコイル  $L'_p(n)$  を三次非線形素子に置き換え、パラメータ  $g_L$  の値を所望の特性に合うように決定する。本論では、所望の特性として、蝸牛に入力される音圧に対する電流  $I'_b(n, \omega)$  の特性を用いる。

節 3. の手順により、セクション  $n$  における並列インピーダンス  $Z'_p(n, \omega)$  に流れる電流  $i_b(n, t)$  が求められる。さらに、時間関数である電流  $i_b(n, t)$  の最大値を求めることで、周波数領域での電流  $I'_b(n, \omega)$  の振幅を求めることができる。

入力する音の大きさを次式により電圧に変換する。

$$|V_{in}(\omega)| = 20 \times 10^{E_d/20-6} \quad (31)$$

ここで、 $E_d$  は、音圧レベルである。

角周波数  $\omega = 2\pi \cdot 100$  rad/s である入力電圧  $V(\omega)$  の印加に対して電流  $I_b(x, \omega)$  が最大となる距離  $x$  は、図 2 より、約 25 mm であり、線路の分割数  $N = 10000$  としたとき、セクション  $n = 7813$  に相当する。そのため、セクション  $n = 7813$  において、蝸牛に入力される音圧に対する電流  $I'_b(n, \omega)$  の特性が所望の特性を再現できるように、パラメータ  $g_L$  の値を決定する。

入力電圧の周波数を 20 Hz から 20 kHz まで変化させたときの入力電圧の大きさに対する電流  $i(n, t)$  の最大値の特性を図 6 に示す。

図 6 において、点線、破線および実線は、それぞれ、 $g_L = 10^{-9}$ 、 $g_L = 10^{-10}$  および  $g_L = 10^{-11}$  のときの入力音圧に対する最大電流の特性である。その結果、蝸牛の能動性の特徴である非線形圧縮をよく再現できていることが確認できる。本論では、この特性において、入力の音圧レベルが 20～60 dB SPL において、電流  $i(n, t)$  の最大値が一定となる特性を所望の特性とする。図 6 の結果より、 $g_L = 10^{-10}$  ときが、所望の特性を満たしている。よって、パラメータ  $g_L$  の値を  $g_L = 10^{-10}$  と決定する。

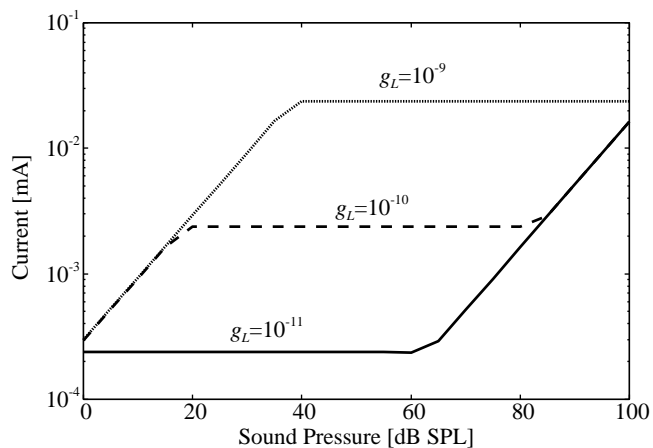


図 6 音圧に対するセクション  $n = 7813$  における電流  $i_b(n, t)$  特性。

## 5. ま と め

能動モデルの数値シミュレーションを行うために、その基となる受動モデルのパラメータ値を人間の聴覚特性から決めた。さらに、能動モデルにおいて、所望の特性を再現できるように、受動モデルのパラメータ値を用いて、パラメータ  $g_L$  の値を決定した。その結果、能動モデルは、蝸牛の能動性の一つである非線形圧縮が所望の特性を再現するようなパラメータ値を決定することができた。今後は、求められたパラメータ値を利用して、工学応用に向けた回路実装を行う。

## 謝 辞

本研究の一部は東北大学電気通信研究所 共同プロジェクト研究による。

## 文 献

- [1] T. Kohda, T. Une, and K. Aihara, "An active, reflectionless transmission-line model of the cochlea: Revisited," *AIP Conf. Proc.*, vol. 1403, no. 1, pp. 578–583, 2011; DOI: 10.1063/1.3658152
- [2] M. A. Ruggero and A. N. Temchin, "Unexceptional sharpness of frequency tuning in the human cochlea," *PNAS*, vol. 102, no. 51, pp. 18614–18619, 2005; DOI:10.1073/PNAS.0509323102.
- [3] G. V. Bekesy, "Experiments in Hearing," McGraw-Hill Book Co., New York, 1960.